

# Working Paper Logistics 25/2022

## OR–Algorithmen in Logistiknetzwerken.

Richard Vahrenkamp  
Logistik Consulting Berlin  
Email: vahrenkamp2016@gmx.de  
Web: www.vahrenkamp.org

Für die Modellierung von globalen Lieferketten der See– und Luftfracht<sup>1</sup> sowie für die Versorgung von Haushalten auf der letzten Meile hat das Operations Research verschiedene Verfahren entwickelt. Neben den Algorithmen zur Standortwahl in Netzwerken (Median– und Center–Probleme) sind in Verkehrs–Netzwerken vier verschiedene Ansätze zu unterscheiden: das kürzeste Wege Problem, das Travelling Salesman Problem, das Tourenplanungsproblem und das Transport Modell.<sup>2</sup> Diese Algorithmen sind durchaus unterschiedlich und haben wenig miteinander zu tun. Lediglich das Tourenplanungsproblem kann implizit auf dem Travelling Salesman Problem aufbauen. Während das OR lediglich die Modelle zur Verfügung stellte, waren empirische Forschungen zum Verkehr Gegenstand der Verkehrswissenschaften, aber nicht des Operations Research.

Das Transport Modell sucht nach einem kostenminimalen Plan der Lieferungen von Anbietern zu Nachfragern und ist relativ einfach in einer Tabelle zu programmieren. Man sucht erst eine Start–Lösung auf, die gewisse Gesamtkosten des Transports beinhaltet und verbessert dann diese Start–Lösung schrittweise, bis man eine kostenminimale Lösung gefunden hat. Das Kriterium für die Optimalität ist leicht zu testen. Oder man gibt sich mit einer heuristischen Lösung zufrieden (Vogel’sche Approximationsmethode<sup>3</sup>). Kritisch am Transportmodell ist zu werten, dass es eigentlich dafür keine Anwendungen in der Logistik gibt, zumindest sind keine in der Literatur dokumentiert.

Das Kürzeste–Wege–Verfahren sucht in einem Netzwerk den kürzesten Weg von A nach B. Es wurde von dem niederländischen Computerwissenschaftler Edsger Dijkstra 1959 entwickelt und ist ein sehr einfacher und ein sehr schneller Algorithmus, der mit wenigen

---

<sup>1</sup> Richard Vahrenkamp: Globale Luftfrachtnetzwerke – Laufzeiten und Struktur, erweiterte Neuauflage, Igel Verlag, Hamburg 2014.

<sup>2</sup> Dirk Mattfeld und Richard Vahrenkamp: Logistiknetzwerke – Modelle für Standortwahl und Tourenplanung, 2. Auflage, Gabler Verlag, Wiesbaden 2014.

<sup>3</sup> Dürr et al., Operations Research, 1983, S. 105. Horst Vogel: Erfahrungen bei der Optimierung von Liefer– und Transportbeziehungen, in: Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Verkehrswesen „Friedrich List“ in Dresden,, 10. 1962, Heft2, S. 583–586.

Zeilen Code programmiert werden kann.<sup>4</sup> Um den kürzesten Weg von Knoten A zum Knoten B in einem Netzwerk zu finden, legte Dijkstra auf jeden Knoten  $s$  des Netzwerks eine „Marke“. Diese besitzt die inhaltliche Bedeutung, dass sie die Länge des bisher bekannten kürzesten Weges von A nach  $s$  ausdrückt. Die Marken werden mit einer sehr großen Zahl (Unendlich) initialisiert und während des Verfahrens schrittweise reduziert, wenn Wege von A nach  $s$  über andere Routen kürzer sind. Ist keine Reduktion mehr möglich, dann stoppt das Verfahren. Die Marke auf B ist dann die Länge des kürzesten Weges von A nach B. Während des Verfahrens wird für jeden Knoten  $s$  der direkte Vorgängerknoten des Weges von A nach  $s$  gespeichert, aus denen dann der kürzeste Weg von A nach B rekonstruiert werden kann. Man kann durch Millionen von Knoten augenblicklich den kürzesten Weg bestimmen, was heute eine verbreitete Kulturtechnik in elektronischen Kartenwerken darstellt.

Das Handlungsreisenden Problem oder das Travelling Salesman Problem (TSP) ist ein berühmtes Problem des Operations Research mit Tausenden von Beiträgen in der Literatur. Es sucht eine geschlossene Rundreise durch alle vorgegebenen Knoten mit der kleinsten Summe der zurückgelegten Entfernungen unter allen alternativen Routen. In der Literatur werden TSP häufig mit abstrakten Daten für die Entfernungen zwischen den Knoten gelöst, wobei die Daten im Zufallsgenerator erzeugt werden. Für die Logistiknetzwerke sind aber bloß Entfernungsdaten relevant, die auf Geo-Koordinaten aufbauen. Bei der See- und Luftfracht sind es Routen, die auf Kreissegmenten der Erdkugel liegen. Bei städtischen Ausliefertouren werden Entfernungsdaten zwischen Knoten im Straßennetzwerk als Differenzen zwischen  $x$ - $y$ -Koordinaten in der euklidischen Ebene berechnet oder mit Messwagen abgefahren. Zur Lösung eines TSP unterscheidet man zwischen heuristischen Lösungen, die relativ einfach zu programmieren sind und Touren liefern, die um zirka 3% (in der Tourlänge) oberhalb der optimalen (kürzesten) Tour liegen können und dem aufwendigen Nachweis einer Lösung, die tatsächlich die kürzeste unter allen Lösungen des TSP darstellt (optimale Lösung, exakte Lösung). Zum Nachweis setzt man Maximierungen von Lagrange-Funktionen der unteren Schranke ein.<sup>5</sup> Man kann dann aus der Differenz zur unteren Schranke eine Abschätzung der Qualität der gefundenen besten heuristischen Lösung finden und diese Technik auch einsetzen, um mit Branch-und-Bound-Verfahren eine exakte Lösung zu finden. Ferner unterscheidet man Verfahren der Konstruktion einer Tour und Verfahren der Verbesserung einer Tour. Zu den Tourenkonstruktionsverfahren, die zu heuristischen Lösungen führen, zählen der Nächste-Nachbar-Algorithmus (Nearest Neighbor Search) und Einfügeverfahren. Die letzteren gehen von einer Starttour mit wenigen Knoten aus und fügen die restlichen Knoten schrittweise in die Tour nach dem Kriterium des geringsten Zuwachses der Tourlänge ein. Der Nächste-Nachbar-Algorithmus sucht bei der Tourenkonstruktion den am nächsten gelegenen noch nicht besuchten Knoten auf. Er kann zwar bei nicht-euklidischen Entfernungsdaten zu schlechten Ergebnissen führen, bei euklidischen Entfernungsdaten, die in Logistiknetzwerken grundlegend sind, führt dieses

---

<sup>4</sup> Edsger Dijkstra: A note on two problems in connexion with graphs. In: Numerische Mathematik. 1, 1959, S. 269–271. In der Kybernetik-Debatte um lernende Automaten wurde nicht erkannt, dass die von Claude Shannon 1952 in der achten Kybernetik-Konferenz aufgeworfene Frage nach Wegen im Labyrinth mit Dijkstras Algorithmus gelöst werden kann, siehe R. Eier: Ein Labyrinthmodell, in: Fachtagung Lernende Automaten, München 1961, S. 206–225.

<sup>5</sup> Wolfgang Domschke: Logistik: Rundreisen und Touren, 3. Auflage München 1997, S. 150. Richard Vahrenkamp: Quantitative Logistik für das Supply Chain Management, München 2003, S. 228.

Verfahren jedoch in Verbindung mit dem Verbesserungsverfahren 2-opt nach Einschätzung des Standardwerks von Domschke und Drexl zu guten Ergebnissen, was von Vahrenkamp (2003) bestätigt wurde.<sup>6</sup> Angewendet wird es bei Auslieferungsfahrten von Paketdiensten, deren Lieferwagen in jeder Tour ca. 100 Stopps einlegen und die Häuser straßenweise abfahren, d.h. von Nachbar-zu-Nachbar fahren. Zu den Verfahren der Tourenverbesserung zählen der Austausch von zwei Kanten (2-opt-Verfahren) und der Austausch von drei Kanten (3-opt-Verfahren).<sup>7</sup> Das 2-opt-Verfahren ist insofern bei euklidischen Entfernungsdaten interessant, als es in der euklidischen Ebene zu kreuzungsfreien Touren führt, die stets kürzer sind als Touren mit Kreuzungen. Die genannten Verfahren sind deterministisch und sind in den vergangenen 20 Jahren durch randomisierte Verfahren ergänzt worden.<sup>8</sup>

Folgt man Simons Ansatz der beschränkten Rationalität, was Daten und Berechnungsleistungen anbelangt, so spricht dieser Ansatz eher für Heuristiken zur Lösung des TSP, zumal Verkehrsdaten einen großen Unsicherheitsbereich aufweisen.<sup>9</sup>

Beim Tourenplanungsproblem plant man, wie in einer Stadt ein Lkw von einem Großhandels-Stützpunkt aus verschiedene Läden beliefert. Als Restriktion ist zu bedenken, dass die Auslieferungs-Fahrzeuge keine großen mittelschweren 18-Tonnen-Lkw oder gar schwere 40-Tonnen-Lkw sind, sondern kleine wendige 7,5-Tonnen- oder 12-Tonnen-Lkw, die auch in der Innenstadt gut manövrieren können und in enge Hofeinfahrten hineinfahren können. Dieser kleinere Lkw-Typ bedeutet aber, dass die Ladefläche des Lkw so klein ist, dass nur Bestellungen für 5 – 10 Läden transportiert werden können und pro Tour also nur 5 – 10 Läden angefahren werden müssen. (Dasselbe ist der Fall bei Auslieferungs-Touren von Stückgut-Speditionen). Wegen des hier erkennbaren kleinen Dimensionsumfangs des TSP kann man es sehr gut mit einfachen Methoden heuristisch lösen, wenn das Liefergebiet auf das Straßennetz der Stadt projiziert wird. Hier gibt es nicht viele verschiedene Möglichkeiten, eine Tour abzufahren aufgrund der Gegebenheiten des Straßennetzes. Man kann also mit einfachen heuristischen Methoden Auslieferungs-Touren von 5 – 10 Läden im Stadtgebiet zusammenstellen. In ihrem Standardwerk zum Operations Research stellen die Autoren Wolfgang Domschke und Andreas Drexl fest, dass die Anwendung einfacher Algorithmen, wie das Nächste-Nachbar-Verfahren kombiniert mit dem 2-opt-Austausch zu guten Lösungen führt.<sup>10</sup> Daher sind die übertriebenen Ansprüche an die exakte Lösung

---

<sup>6</sup> Wolfgang Domschke und Andreas Drexl: Einführung in Operations Research, 7. Auflage 2007, S. 147.  
Vahrenkamp, Richard: Quantitative Logistik für das Supply Chain Management, München 2003.

<sup>7</sup> Wolfgang Domschke: Logistik: Rundreisen und Touren, 3. Auflage München 1997, S. 117.

<sup>8</sup> Mattfeld, Dirk und Richard Vahrenkamp: Logistiknetzwerke – Modelle für Standortwahl und Tourenplanung, 2. Auflage, Gabler Verlag, Wiesbaden 2014.

<sup>9</sup> Zur Kritik von Herbert Simon am Travelling Salesman Problem siehe Erickson, Paul, Judy Klein, Lorraine Daston, Rebecca Lemov, Thomas Sturm and Michael Gordin: How Reason Almost Lost Its Mind, Chicago UP 2013, S. 76.

<sup>10</sup> Wolfgang Domschke und Andreas Drexl: Einführung in Operations Research, 7. Auflage, Springer Verlag Berlin 2007, S. 146.

großer TSP bloß Forschungsansätze von Mathematikern, die das Problem auf Millionen von Städten weltweit expandieren, aber in der logistischen Realität keine Anwendung finden.<sup>11</sup>

Um einzelne Touren zu bestimmen, war es notwendig, vorab die einzelnen Liefergebiete festzulegen, worin die einzelnen Touren optimiert werden sollten. Für diese Zerlegung gab es noch kein mathematisches Verfahren bis zur Veröffentlichung der britischen Forscher G. Clark und J. Wright im Jahre 1964, wo sie mit der als Savingsverfahren bezeichneten Heuristik die Liefergebiete und zugleich optimierte Touren festlegen konnten.<sup>12</sup> Der Ansatz von Clark und Wright ist insofern interessant, als er von einer ungewöhnlichen Startlösung ausgeht, nämlich derjenigen, welche die schlechteste von allen Lösungen darstellt: Jedes Geschäft wird von einem LKW in einer Pendeltour vom Depot aus bedient, ohne die Bedienung anderer Geschäfte einzubeziehen. In einem Iterationsverfahren werden Pendeltouren schrittweise kombiniert, welche die größte Ersparnis an Fahrtstrecke zurück zum Depot versprechen.

Die Anwendung von Software zur Tourenplanung konnte sich nur langsam durchsetzen. Im Jahre 1990 wunderte sich Lewis Bodin über den geringe Anwendungsgrad dieser Software, obwohl doch bereits 20 Jahre lang die wissenschaftliche Gemeinde über Tourenplanung geforscht hätte.<sup>13</sup> Erst ab den 1980er Jahren waren mit ca. 300 Kilobyte die Hauptspeicher der in den Unternehmen in der BRD verfügbaren Digitalcomputer groß genug, um Tourenplanungssoftware, wie zum Beispiel das Paket TRAFFIC von Siemens, anwenden zu können. Vor allem in den Vertriebsorganisationen der kapitalstarken Unternehmen in der Getränkeindustrie und der Milchverarbeitung wurde diese Software eingesetzt, um Gaststätten und Einzelhandelsläden in Städten zu beliefern. In der BRD traten bei der Tourenplanung Probleme mit der Abstraktifizierung auf. Die von den Lieferfahrzeugen versorgten Läden wollten in den wiederkehrenden Touren stets vom gleichen Fahrer bedient werden – ein Wunsch, den die Tourenplanungssoftware nicht berücksichtigte. Der Wunsch nach dem gleichen Fahrer deutet auf das Vertrauensverhältnis von Ladenleiter zum Fahrer hin. Der Zugang zur Abladestelle im Hof ist sensitiv, da der Fahrer damit Zugang zum Warenlager erhält. Bei wechselnden Fahrern müssten stets Begleitpersonen die Aufsicht führen.

Auch gab es bei Lösungen der Tourenplanungssoftware Probleme, Läden mit unterschiedlichen Belieferungsrhythmen in eine gemeinsame Tour aufzunehmen.<sup>14</sup> In den Tourenplanungspaketen wurde die eigentliche Tourenplanung wesentlich erweitert zu einem LKW-Flottenmanagementsystem, das Abrechnungen über Touren, Fahrzeugkosten

---

<sup>11</sup> <http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/world/index.html>. (Zugriff am 15. März 2020).

<sup>12</sup> Clarke, G. und Wright, J. W.: Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points, in: Operations Research 12 (1964), Heft 4, S. 568–581.

<sup>13</sup> Bodin, Lewis: Twenty Years of Routing and Scheduling, in: Operations Research, 38 (1990), Heft 4, S. 571–579.

<sup>14</sup> Lück, Wolfgang: Logistik und Materialwirtschaft, Berlin 1984, S. 437–473. Zum Problem des gleichen Fahrers siehe ebd., S. 458.

und Personaleinsatz umfasste. Hohe Lizenzkosten der Softwarehersteller behinderten allerdings eine breite Anwendung bis in die 1990er Jahre.<sup>15</sup> Die vorsichtige Geschäftsstrategie der Softwarehäuser basierte im Wesentlichen auf Eigenkapital und nicht auf Venture Capital, das erst ab dem Jahr 2000 mit hohen Anfangsverlusten Märkte durch Niedrigpreise erobern konnte. Zum Stand der Tourenplanung im Jahre 2015 gibt die Marktstudie des Fraunhofer Instituts SCS Auskunft.<sup>16</sup>

---

<sup>15</sup> Vahrenkamp, Richard: Marktstudie Tourenplanungssoftware, in: Deutsche Verkehrszeitung vom 17. Oktober 2006.

<sup>16</sup>

[https://www.scs.fraunhofer.de/content/dam/scs/de/dokumente/studien/Summary\\_Software\\_zur\\_Tourenplanung.pdf](https://www.scs.fraunhofer.de/content/dam/scs/de/dokumente/studien/Summary_Software_zur_Tourenplanung.pdf) (Zugriff am 3. Juli 2021)

## Liste der Arbeitspapiere zur Logistik

**Prof. Dr. Richard Vahrenkamp**

Nr. 24/2022

OR–Algorithmen in Logistik–Netzwerken

[http://www.vahrenkamp.org/files/WP21\\_Austro\\_Moderne.pdf](http://www.vahrenkamp.org/files/WP21_Austro_Moderne.pdf)

Nr. 22/2018: Warenströme in Mitteleuropa – Die Integrationsleistungen der Logistik im 20. Jahrhundert

[http://www.vahrenkamp.org/files/Arbeitspapiere\\_Logistik\\_WP22\\_2018.pdf](http://www.vahrenkamp.org/files/Arbeitspapiere_Logistik_WP22_2018.pdf)

Nr. 19A/2027: Der Werkverkehr als Marketinginstrument

[http://www.vahrenkamp.org/files/Werkverkehr\\_Vahrenkamp.pdf](http://www.vahrenkamp.org/files/Werkverkehr_Vahrenkamp.pdf)

Nr. 19/2016: Transport und Logistik in Europa im 20. Jahrhundert – unter besonderer Berücksichtigung der Schweiz

Nr. 18A/2016: 25 Years City Logistic: Why failed the urban consolidation centres?

[http://www.vahrenkamp.org/files/25Years\\_City\\_Log\\_European\\_Transport60\\_2016.pdf](http://www.vahrenkamp.org/files/25Years_City_Log_European_Transport60_2016.pdf)

Nr. 18/2015: Die KEP-Märkte in Europa

Nr. 17/2015: Strategie-Entwicklung für Fraport: Wachsen oder Schrumpfen?

Nr. 16/2014: Sind Nachtflüge für Fracht an Berliner Flughäfen erforderlich?

Nr. 15/2014: Internet-Ökonomie ohne Nachhaltigkeit

Nr. 14/2014: Congestion at the railway city terminals

Nr. 13/2014: The evolution of goods transport systems in the mass consumption society

Nr. 12/2014: Negative Effects in Logistic Networks

Nr. 11/2014: Automobile retail and distribution in Germany 1920 - 1930

Nr. 10/2014: Consumer driven innovations in the retail trade

Nr. 8/2014: The Death of the Department Stores in Germany - Forgotten Marketing Lessons

[http://www.vahrenkamp.org/files/WP8\\_2014.pdf](http://www.vahrenkamp.org/files/WP8_2014.pdf)

Nr.6/2014: Slow Logistic – Ein neues Paradigma?

[http://www.vahrenkamp.org/files/WP6\\_2014.pdf](http://www.vahrenkamp.org/files/WP6_2014.pdf)

Nr.5/2014: Two Logistic Models: Logistics boosting productivity in Western Economies and failed in the Eastern Bloc

Nr.4/2013: Das Aldi- oder ADAC-Auto – Ein neuer Ansatz in Produktion und Vertrieb

Nr.3/2012: Faire Logistik bei Paketdiensten: Integrierte Lösungen für die KEP-Branche

Nr.2/2012: Bata – ein vergessener Vorläufer von Lean Production in der Tschechoslowakei

Nr.1A/2012: Lärminderung am Flughafen Frankfurt durch Verlagerung von Charterflügen – Eine Umsetzung des Ramsauer-Konzeptes

Nr. 1/2012: Der Luftfrachtbedarf der Berlin-Brandenburgischen Wirtschaft -Ergebnisse einer empirischen Untersuchung